一、单项选择题：本题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知 $z=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2021}+i^{2022}$，则在复平面内，复数 z 所对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 已知集合 $A=\{x\in z \mid |x|\leqslant 2\}$，$B=\left\{x \mid \frac{x-2}{x+2}\leqslant 0\right\}$，则

A. $A\cap B=A$　　B. $A\cap B=B$　　C. $A\cup B=B$　　D. $A\cup B=\{x \mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$

3. 抛物线 $y=ax^2$ 的准线方程是 $y=2$，则实数 a 的值为

A. $\frac{1}{8}$　　B. $-\frac{1}{8}$　　C. 8　　D. -8

4. 把函数 $y=f(x)$ 图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再把所得曲线向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，得到函数 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ 的图象，则 $f(x)=$

A. $\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{7\pi}{12}\right)$　　B. $\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)$　　C. $\sin\left(2x-\frac{7\pi}{12}\right)$　　D. $\sin\left(2x+\frac{\pi}{12}\right)$

5. 已知 l,m 是两条不同的直线，α,β 为两个不同的平面，则下面四个命题中，正确的命题是

A. 若 $\alpha\perp\beta$，$l/\!/\beta$，则 $l\perp\alpha$　　B. 若 $l\perp m$，$m\subset\alpha$，则 $l\perp\alpha$

C. 若 $m\subset\alpha$，$l/\!/\beta$，$l/\!/m$，则 $\alpha/\!/\beta$　　D. 若 $m\perp\alpha$，$l/\!/\beta$，$l/\!/m$，则 $\alpha\perp\beta$

6. “内卷”作为高强度的竞争使人精疲力竭. 为了缓解了教育的“内卷”现象，2021 年 7 月 24 日，中共中央办公厅、国务院办公厅印发《关于进一步减轻义务教育阶段学生作业负担和校外培训负担的意见》。某初中学校为了响应上级的号召，每天减少了一节学科类课程，增加了一节活动课，为此学校特开设了乒乓球，羽毛球，书法，小提琴四门选修课程，要求每位同学每学年至多选 2 门，初一到初三 3 学年将四门选修课程选完，则每位同学的不同选修方式有

A. 60 种　　B. 78 种　　C. 54 种　　D. 84 种

7. 函数 $f(x)=|\sin^2 x-\sin|x||$，则方程 $f(x)-\frac{1}{6}=0$ 在 $[-2\pi,2\pi]$ 上的根的个数为

A. 14　　B. 12　　C. 16　　D. 10

8. 半径为 4 的圆 O 上有三点 A、B、C，满足 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\mathbf{0}$，点 P 是圆 O 内一点，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的取值范围为

A. $[-16,56)$　　B. $[0,16)$　　C. $[-8,56]$　　D. $[16,64]$

二、多项选择题：本题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 一袋中有大小相同的 3 个红球和 2 个白球，下列结论正确的是

A. 从中任取 3 个球，恰有 1 个白球的概率是 $\frac{3}{5}$

B. 从中有放回地取球 3 次，每次任取 1 个球，恰好有 2 个白球的概率为 $\frac{36}{125}$

C. 从中有放回地取球 3 次，每次任取 1 个球，则至少有 1 次取到红球的概率为$\frac{98}{125}$

D. 从中不放回地取球 2 次，每次任取 1 个球，则在第 1 次取到红球的条件下，第 2 次再次取到红球的概率为$\frac{1}{2}$

10. 下列命题正确的是

A. "关于 x 的不等式 $mx^2+x+m>0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立"的一个必要不充分条件是 $m>\frac{1}{4}$

B. 设 $x,y\in\mathbf{R}$，则"$x\geqslant 2$ 且 $y\geqslant 2$"是"$x^2+y^2\geqslant 4$"的必要不充分条件

C. "$a>1$"是"$\frac{1}{a}<1$"的充分不必要条件

D. 命题"$\exists x\in[0,1]$，$x+a\leqslant 0$"是假命题的实数 a 的取值范围为$\{a|a>0\}$

11. 数列$\{a_n\}$前 n 项的和为 S_n，则下列说法正确的是

A. 若 $a_n=-2n+11$，则数列$\{a_n\}$前 5 项的和最大

B. 若$\{a_n\}$为等比数列，$S_4=3$，$S_8=9$，则 $S_{16}=54$

C. 若 $a_1=2022$，$S_n=n^2a_n$，则 $a_{2021}=\frac{2}{2021}$

D. 若$\{a_n\}$为等差数列，且 $a_{1011}<0$，$a_{1011}+a_{1012}>0$，则当 $S_n<0$ 时，n 的最大值为 2022

12. 已知 P 为椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$外一点，$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$分别为椭圆 C 的左、右焦点，$|PF_2|=|F_1F_2|$，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=6c^2$，线段 PF_1，PF_2 分别交椭圆于 M，N，$\overrightarrow{F_1M}=\lambda\overrightarrow{F_1P}$，$\overrightarrow{F_2N}=\mu\overrightarrow{F_2P}$，设椭圆离心率为 e，则下列说法正确的有

A. 若 e 越大，则 λ 越大

B. 若 M 为线段 PF_1 的中点，则 $e=\sqrt{3}-1$

C. 若 $\mu=\frac{1}{3}$，则 $e=\frac{\sqrt{13}-1}{4}$

D. $\frac{\lambda}{\mu}=\frac{2+e}{3\sqrt{3}-4e}$

三、填空题：本题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知函数 $f(x)=\left(\frac{a}{5^x-1}+6\right)\cos x$ 为奇函数，则实数 $a=$________.

14. 在$\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$的展开式中，二项式系数和之和为 64，则常数项为________.（用数字作答）

15. 已知函数 $f(x)=2\sin x+\sin 2x$，则 $f(x)$的最大值为________.

16. 一边长为 4 的正方形 $ABCD$，M 为 AB 的中点，将$\triangle AMD$，$\triangle BMC$ 分别沿 MD，MC 折起，使 MA，MB 重合，得到一个四面体，则该四面体外接球的表面积为________.

四、解答题：本题共 6 个小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程及演算步骤.

17.（满分 10 分）在锐角$\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且满足$\sqrt{3}b\sin A=a\cos B+a$

(1)求角 B 的值；

(2)若 $b=2$，求$\triangle ABC$ 周长的取值范围.

18.(满分 12 分)已知数列$\{a_n\}$前 n 项和S_n，$S_n=\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n+1$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设数列$\left\{\frac{1}{a_na_{n+2}}\right\}$的前 n 项和为 T_n，不等式 $T_n<a$ 对任意的正整数 n 恒成立，求实数 a 的取值范围.

19.(满分 12 分) 2016 年，"全面二孩"政策公布后，我国出生人口曾有一个小高峰，但随后四年连续下降，国家统计局公布的数据显示，2020 年我国出生人口数量为 1200 万人，相比 2019 年减少了 265 万人，降幅达到了约 18%，同时，2020 年我国育龄妇女总和生育率已经降至 1.3，处于较低水平，低于国际总和生育率 1.5"高度敏感警戒线"，为了积极应对人口老龄化，中共中央政治局 5 月 31 日召开会议，会议指出，将进一步优化生育政策，实施一对夫妻可以生育三个子女政策及配套支持措施。为了解人们对于国家新颁布的"生育三孩放开"政策的热度，现在某市进行调查，随机抽调了 50 人，他们年龄的频数分布及支持"生育三孩放开"人数如下表：

年龄	[20,25)	[25,30)	[30,35)	[35,40)	[40,45)	[45,50]
频数	5	10	15	10	5	5
支持"生育三孩放开"	4	5	12	8	2	1

(1)根据以上统计数据填写下面 2×2 列联表，并问是否有 99% 的把握认为以 40 岁为分界点对"生育三孩放开"政策的支持度的差异性有关系；

	年龄不低于 40 岁的人数	年龄低于 40 岁的人数	总计
支持	$a=$	$c=$	
不支持	$b=$	$d=$	
总计			

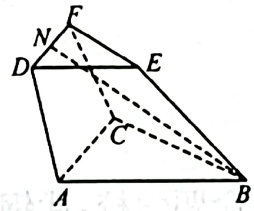
下面的临界值表供参考：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.05	0.010	0.005	0.001
k_0	3.841	6.635	7.879	10.828

参考公式：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

(2)在随机抽调的 50 人中，若对年龄在[20,25)，[40,45)的被调查人中各随机选取 2 人进行调查，记选中的 4 人中支持"生育三孩放开"的人数为 ξ，求随机变量 ξ 的分布列及数学期望.

20.(满分 12 分)如图,在三棱台 $ABC-DEF$ 中,$AB=BC=AC=2$,$AD=DF=FC=1$,N 为 DF 的中点.



(1)证明:$AC\perp BN$;

(2)若二面角 $D-AC-B$ 的大小为 θ,且 $\cos\theta=-\dfrac{3}{5}$,求直线 AD 与平面 $BEFC$ 所成角的正弦值.

21.(满分 12 分)已知在平面直角坐标系中,O 为坐标原点,动点 $M(x,y)$满足 $\sqrt{(x+1)^2+y^2}+\sqrt{(x-1)^2+y^2}=4$.

(1)求动点 M 的轨迹 C 的方程;

(2)过点 $N(1,0)$且垂直于 x 轴的直线 l 与轨迹 C 交于点 P(P 在第一象限),以 P 为圆心的圆与 x 轴交于 A,B 两点,直线 PA,PB 与轨迹 C 分别交于另一点 S,Q,求证:直线 SQ 的斜率为定值,并求出这个定值.

22.(满分 12 分)已知函数 $f(x)=xe^x+\dfrac{1}{2}ax^2+ax(a\in\mathbf{R})$

(1)讨论 $f(x)$的单调性;

(2)若关于 x 的不等式 $f(x)\geq\dfrac{1}{2}ax^2+4ax+\ln x+1$ 在$(0,+\infty)$上恒成立,求实数 a 的取值范围.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	D	B	D	D	C	B	A	ABD	ACD	AC	BC

13. 12　　14. 60　　15. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　16. $\frac{76\pi}{3}$

17. 解：由正弦定理可得：$\sqrt{3}\sin B\sin A=\sin A\cos B+\sin A$，

因为 A 为三角形内角，所以 $\sin A\neq 0$，

所以$\sqrt{3}\sin B=\cos B+1$，可得：$2\sin\left(B-\frac{\pi}{6}\right)=1$，即 $\sin\left(B-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$，

因为 $B\in(0,\pi)$，可得 $B-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right)$，可得 $B-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$，

所以可得 $B=\frac{\pi}{3}$. …………………………………………………………………………………… 5 分

(2)由正弦定理得，$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$

即$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{4\sqrt{3}}{3}=2R$，

所以 $a+c=\frac{4\sqrt{3}}{3}(\sin A+\sin C)=\frac{4\sqrt{3}}{3}\left[\sin A+\sin\left(\frac{2\pi}{3}-A\right)\right]$

$=\frac{4\sqrt{3}}{3}\left(\sin A+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A+\frac{1}{2}\sin A\right)=2\cos A+2\sqrt{3}\sin A=4\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)$，

因为$\begin{cases}0<A<\frac{\pi}{2}\\0<\frac{2\pi}{3}-A<\frac{\pi}{2}\end{cases}$，所以$\frac{\pi}{6}<A<\frac{\pi}{2}$

从而$\frac{\pi}{3}<A+\frac{\pi}{6}<\frac{2\pi}{3}$，所以$\frac{\sqrt{3}}{2}<\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)\leq 1$，所以 $2\sqrt{3}<a+c\leq 4$，

故周长的取值范围是$(2+2\sqrt{3},6]$ ………………………………………………………………… 10 分

18. 解：由$S_n=\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n+1$　①

当 $n\geqslant 2$ 时，$S_{n-1}=\frac{1}{2}(n-1)^2+\frac{1}{2}(n-1)+1$　②

①－②得 $a_n=n$.

当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=2$，不符合上式

$\therefore a_n=\begin{cases}2, n=1\\n, n\geq 2\end{cases}$. …………………………………………………………………………………… 5 分

(2)由(1)得 $n\geq 2$ 时,$\frac{1}{a_n a_{n+2}}=\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$

$\therefore T_n=\frac{1}{a_1a_3}+\frac{1}{a_2a_4}+\cdots+\frac{1}{a_na_{n+2}}$,

$=\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$,

$=\frac{7}{12}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}\right)$,

又当 $n=1$ 时 $T_1=\frac{1}{6}$也成立,

$\because T_{n+1}-T_n=\frac{1}{(n+1)(n+3)}>0$,$\therefore$数列$\{T_n\}$单调递增,$\therefore n\to+\infty$,$T_n\to\frac{7}{12}$,要使不等式 $T_n<a$ 对任意正整数n 恒成立,所以 $a\geq\frac{7}{12}$,. ………………………………………………………………… 12 分

19.解:(1)2×2 列联表如下:

	年龄不低于 40 岁的人数	年龄低于 40 岁的人数	总计
支持	$a=3$	$c=29$	32
不支持	$b=7$	$d=11$	18
总计	10	40	50

$K^2=\frac{50\times(3\times11-7\times29)^2}{(3+7)\times(29+11)\times(3+29)\times(7+11)})\approx6.27<6.635$,

所以没有 99%的把握认为以 40 岁为分界点对“生育三孩放开”政策的支持度有差异. ………… 4 分

(2)ξ所有的可能取值有 1,2,3,4

$P(\xi=1)=\frac{C_4^1}{C_5^2}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{4}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{3}{25}$

$P(\xi=2)=\frac{C_4^1}{C_5^2}\times\frac{C_3^1C_2^1}{C_5^2}+\frac{C_4^2}{C_5^2}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{20}{51}$,

$P(\xi=3)=\frac{C_4^1}{C_5^2}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}+\frac{C_4^2}{C_5^2}\times\frac{C_3^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{2}{5}$,

$P(\xi=4)=\frac{C_4^2}{C_5^2}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{3}{50}$,

所以ξ的分布列是

ξ	1	2	3	4
P	$\frac{3}{25}$	$\frac{21}{50}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{50}$

所以ξ的数学期望为$E(\xi)=1\times\frac{3}{25}+2\times\frac{21}{50}+3\times\frac{2}{5}+4\times\frac{3}{50}=2.4$ ……………………………… 12 分

20.(1)证明:取 AC 的中点 M,连接 NM,BM,

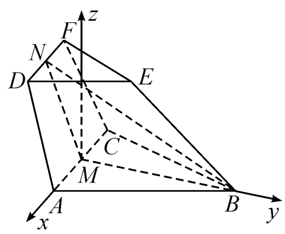
因为 $AD=DF=FC=1$,则 $AC\perp NM$,

又因为 $AB=BC=AC=2$,则 $AC\perp BM$,$BM\cap NM=M$,

$\therefore AC\perp$平面 NBM,又 $BN\subset$平面 NBM,$\therefore AC\perp BN$ ·· 5 分

(2)由(1)知 $BM\perp AC$,$MN\perp AC$,$\therefore\angle NMB$ 二面角 $D-AC-B$ 的平面角,

以 M 为坐标原点建立如图所示的空间直角坐标系,



$A(1,0,0)$,$B(0,\sqrt{3},0)$,$C(-1,0,0)$,$N\left(0,\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta,\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right)$,

$F\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta,\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right)$,$D\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta,\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right)$,$\overrightarrow{CB}=(1,\sqrt{3},0)$,

$\overrightarrow{CF}=\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta,\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta\right)$,

设平面 $BEFC$ 的法向量为:$\vec{n}=(x,y,z)$,

$\therefore\begin{cases}\overrightarrow{CB}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{CF}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$,得 $\vec{n}=\left(-\sqrt{3}y,y,\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}y\right)$,令 $y=1$,则

$\vec{n}=\left(-\sqrt{3},1,\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)$,又$\overrightarrow{AD}=\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}cos\theta,\frac{\sqrt{3}}{2}sin\theta\right)$,

由 $\cos\theta=-\frac{3}{5}$,$\sin\theta=\frac{4}{5}$得 $\vec{n}=(-\sqrt{3},1,2)$,$\overrightarrow{AD}=\left(-\frac{1}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{10},\frac{2\sqrt{3}}{5}\right)$

设直线 AD 与平面 $BEFC$ 所成角为 α,则 $\sin\alpha=|\cos(\vec{n},\overrightarrow{AD})|=\frac{\sqrt{6}}{4}$ ······························ 12 分

21. 解:(1)因为$\sqrt{(x+1)^2+y^2}+\sqrt{(x-1)^2+y^2}=4$

故所求轨迹 C 是以$(-1,0)$,$(1,0)$为焦点的椭圆,$2a=4$,$2c=2$

其方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ ·· 4 分

(2)由题意知,直线 SQ 的斜率存在,设直线 SQ 的方程为 $y=kx+t$,由$\begin{cases}y=kx+t,\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$

得$(3+4k^2)x^2+8ktx+4t^2-12=0$,

设 $S(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$,

当 $\Delta>0$ 时

则 $x_1+x_2=\frac{-8kt}{3+4k^2}$,$x_1x_2=\frac{4t^2-12}{3+4k^2}$,

由(1)知,$N(1,0)$,则 $P\left(1,\frac{3}{2}\right)$,由对称性知,直线 PA,PB 的倾斜角互补,即斜率存在且互为相反数,

则$\frac{\frac{3}{2}-y_1}{1-x_1}+\frac{\frac{3}{2}-y_2}{1-x_2}=0$,即$\frac{3-2kx_1-2t}{2(1-x_1)}+\frac{3-2kx_2-2t}{2(1-x_2)}=0$,

整理得$(2t-2k-3)(x_1+x_2)+4kx_1x_2+6-4t=0$,

即$(2t-2k-3)\times\frac{-8kt}{3+4k^2}+4k\times\frac{4t^2-12}{3+4k^2}+6-4t=0$,

即 $4k^2+(4t-8)k+3-2t=0$,

$(2k-1)(2t+2k-3)=0$,得 $k=\frac{1}{2}$或 $t=\frac{3}{2}-k$.

当 $t=\frac{3}{2}-k$ 时,直线 SQ 的方程为 $y=kx+\frac{3}{2}-k$ 恒过定点 $P\left(1,\frac{3}{2}\right)$,不符合题意,

因而 $k=\frac{1}{2}$,即直线 SQ 的斜率为定值$\frac{1}{2}$.将 $k=\frac{1}{2}$代入 Δ中,$\Delta>0$ 符合要求. ………………… 12 分

22.解:(1)$f'(x)=(e^x+a)(x+1)$

①当 $a\geq0$ 时,$e^x+a>0$,$x+1>0$ 时,$f'(x)>0$, $f(x)$在$(-1,+\infty)$上单调递增;

当 $x+1<0$, 即 $x<-1$ 时,$f'(x)<0$,$f(x)$在$(-\infty,-1)$上递减;

②当$-\frac{1}{e}<a<0$ 时,令 $f'(x)>0$,得 $x<\ln(-a)$或 $x>-1$,函数递增;

令 $f'(x)<0$,得 $\ln(-a)<x<-1$, 函数递减

③当 $a=-\frac{1}{e}$时,$f'(x)\geq0$ 恒成立,函数在 $\mathbf{R}$ 上递增

④当 $a<-\frac{1}{e}$时,令 $f'(x)>0$,得 $x<-1$ 或 $x>\ln(-a)$,函数递增;

令 $f'(x)<0$,

得$-1<x<\ln(-a)$,函数递减. …………………………………………………………………………… 5 分

(2)不等式 $f(x)\geq\frac{1}{2}ax^2+4ax+\ln x+1$ 在$(0,+\infty)$上恒成立,

即 $xe^x-\ln x-1\geqslant3ax$ 对任意的 $x\in(0,+\infty)$恒成立,

$\therefore 3a\leqslant e^x-\frac{\ln x+1}{x}$对任意的 $x\in(0,+\infty)$恒成立

记 $F(x)=e^x-\frac{\ln x+1}{x}$,则 $F'(x)=e^x+\frac{\ln x}{x^2}=\frac{x^2e^x+\ln x}{x^2}$,

记 $h(x)=x^2e^x+\ln x$,则 $h'(x)=2xe^x+x^2e^x+\frac{1}{x}$,易知 $h'(x)>0$ 在$(0,+\infty)$上恒成立,

$\therefore h(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增,且 $h\left(\frac{1}{e}\right)=\left(\frac{1}{e}\right)^2e^{\frac{1}{e}}-1=e^{\frac{1}{e}-2}-1<0$,$h(1)=e>0$,

$\therefore$存在 $x_0\in\left(\frac{1}{e},1\right)$,使得 $h(x_0)=0$,且当 $x\in(0,x_0)$时 $h(x)<0$,即 $F'(x)<0$,

$\therefore$函数 $F(x)$在$(0,x_0)$上单调递减;

当 $x\in(x_0,+\infty)$时 $h(x)>0$,即 $F'(x)>0$,故 $F(x)$在$(x_0,+\infty)$上单调递增,

$\therefore F(x)_{\min}=F(x_0)$,即 $F(x)_{\min}=e^{x_0}-\frac{\ln x_0+1}{x_0}$,

又 $h(x_0)=0$,故 $x_0^2e^{x_0}=-\ln x_0$,即 $x_0e^{x_0}=\ln\frac{1}{x_0}\cdot e^{\ln\frac{1}{x_0}}$,

令 $g(x)=xe^x$,$\because (xe^x)'=e^x+xe^x>0$ 在$(0,+\infty)$上恒成立,

$\therefore$函数 $g(x)=xe^x$在$(0,+\infty)$上单调递增,且值域为$(0,+\infty)$,

$\therefore x_0=\ln\frac{1}{x_0}$,$F(x)_{\min}=e^{x_0}-\frac{\ln x_0+1}{x_0}=\frac{x_0e^{x_0}-\ln x_0-1}{x_0}=\frac{1+x_0-1}{x_0}=1$,$\therefore 3a\leqslant1$.

综上,实数 a 的取值范围是$\left(-\infty,\frac{1}{3}\right]$. …………………………………………………………… 12 分