2024年高考押题预测卷01



数学·全解全析

**一、单选题**

1．已知集合，，，则实数的值为（    ）

A．2 B．或2 C．1或2 D．0或2

【答案】A

【解析】由，得，即，此时，

由，得，而，所以.故选：A

2．双曲线的渐近线方程为，则（    ）

A． B． C． D．2

【答案】D

【解析】由题意可得，又，故.故选：D.

3．已知，，若，则（    ）

A． B． C．1 D．

【答案】C

【解析】，由得，解得.故选：C.

4．已知是奇函数，则（    ）

A． B．0 C．1 D．2

【答案】B

【解析】易知，且定义域为R，若其为奇函数，

则，故，经检验成立.故选：B

5．某小组两名男生和两名女生邀请一名老师排成一排合影留念，要求两名男生不相邻，两名女生也不相邻，老师不站在两端，则不同的排法共有（    ）

A．8种 B．16种 C．24种 D．32种

【答案】D

【解析】当老师从左到右排在第二或第四位时，共有种排法，

当老师从左到右排在第三位时，共有种排法，

于是共有种排法.故选：D.

6．记数列的前项和为，已知，为等差数列，若，则（    ）

A． B． C．2 D．

【答案】B

【解析】，故，

所以数列是首项为2，公差为1的等差数列，

所以，故，

所以当时，，所以，故选：B．

7．已知的内角*A*，，对边分别为，，，满足，若，则面积的最大值为（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】由，

由正弦定理得，

又，且，

所以，故，

又，所以，

由，即，得，

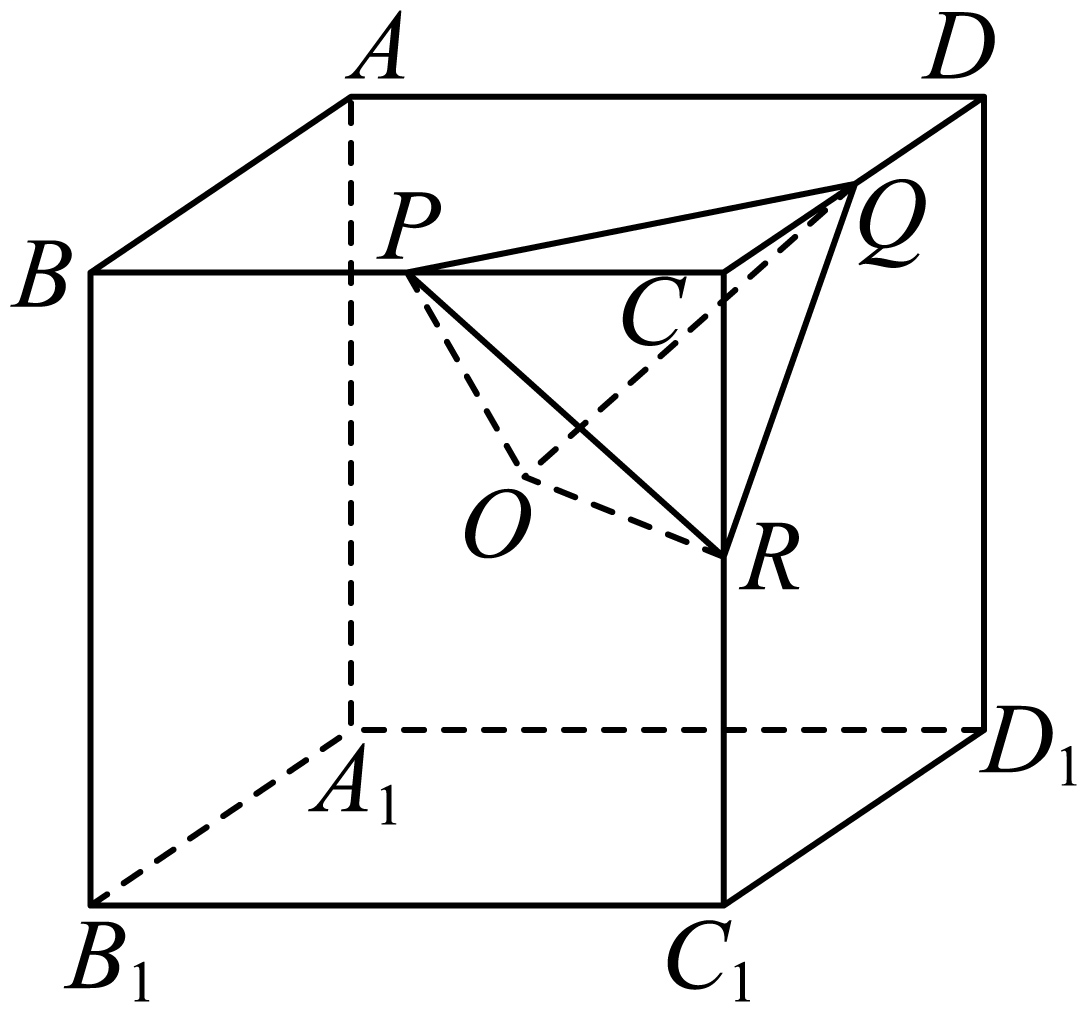
面积的最大值为，故选：C．

8．在棱长为2的正方体中，，，分别为棱，，的中点，平面截正方体外接球所得的截面面积为（    ）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】取正方体的中心为，连接，

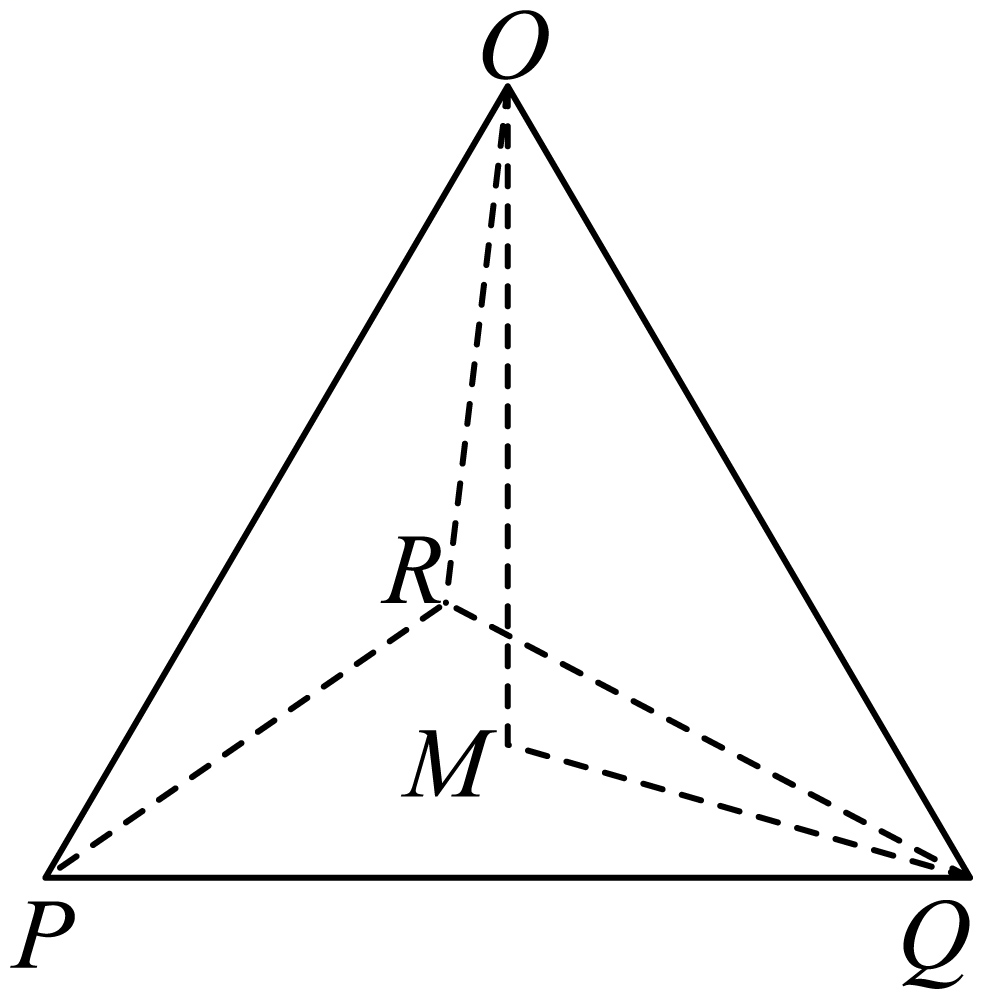


由于正方体的棱长为2，所以正方体的面对角线长为，体对角线长为，

正方体外接球球心为点，半径，

又易得，且，

所以三棱锥为正四面体，如图所示，取底面正三角形的中心为，



即点到平面的距离为，又正三角形的外接圆半径为，

由正弦定理可得，即，

所以，

即正方体外接球的球心到截面的距离为，

所以截面被球所截圆的半径，

则截面圆的面积为.故选：A.

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9．已知i是虚数单位，下列说法正确的是（    ）

A．已知，若，则

B．复数满足，则

C．复数*z*满足，则*z*在复平面内对应的点的轨迹为一条直线

D．复数*z*满足，则

【答案】BCD

【解析】对A，虚数不能比较大小，可知A错误；

对B，根据共轭复数的定义知，当时，，则，故B正确；

对C，因为复数*z*满足，

则复数在复平面上对应的点到两点间的距离相等，

则复数在复平面上对应的点为两点构成线段的中垂线，

即在复平面内对应的点的轨迹为一条直线，故C正确；

因为，则，

又，故D正确，故选：BCD.

10．已知函数，，为的两个相邻的对称中心，则（    ）

A．的最小正周期为

B．的最大值为1

C．直线是曲线的一条对称轴

D．将的图象向右平移个单位长度，所得图象关于原点对称

【答案】AC

【解析】依题意，，所以，，A选项正确；

由，即，又，得，

所以的对称中心为，所以，

的最大值为2，B选项错误；

当时，，是正弦曲线的一条对称轴，

所以直线是曲线的一条对称轴，C选项正确；

将的图象向右平移个单位长度所得函数为，

图象关于对称，D选项错误．故选：AC．

11．已知函数的定义域和值域均为，对于任意非零实数，函数满足：，且在上单调递减，，则下列结论错误的是（    ）

A． B．

C．在定义域内单调递减 D．为奇函数

【答案】BC

【解析】对于，令，则，

因，故得，故A正确；

对于由，

令，则，

则，即，

故是以为首项，2为公比的等比数列，

于是，故B错误；

对于，由题意，函数的定义域为，关于原点对称，

令，则①，

把都取成，可得②，

将②式代入①式，可得，

化简可得即为奇函数，故D正确；

对于C，在上单调递减，函数为奇函数，可得在上单调递减，

但是不能判断在定义域上的单调性，例如，故C错误.故选：BC.

**第二部分（非选择题 共92分）**

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12．的展开式中的系数为 ．

【答案】40

【解析】因为，

又展开式的通项为（且），

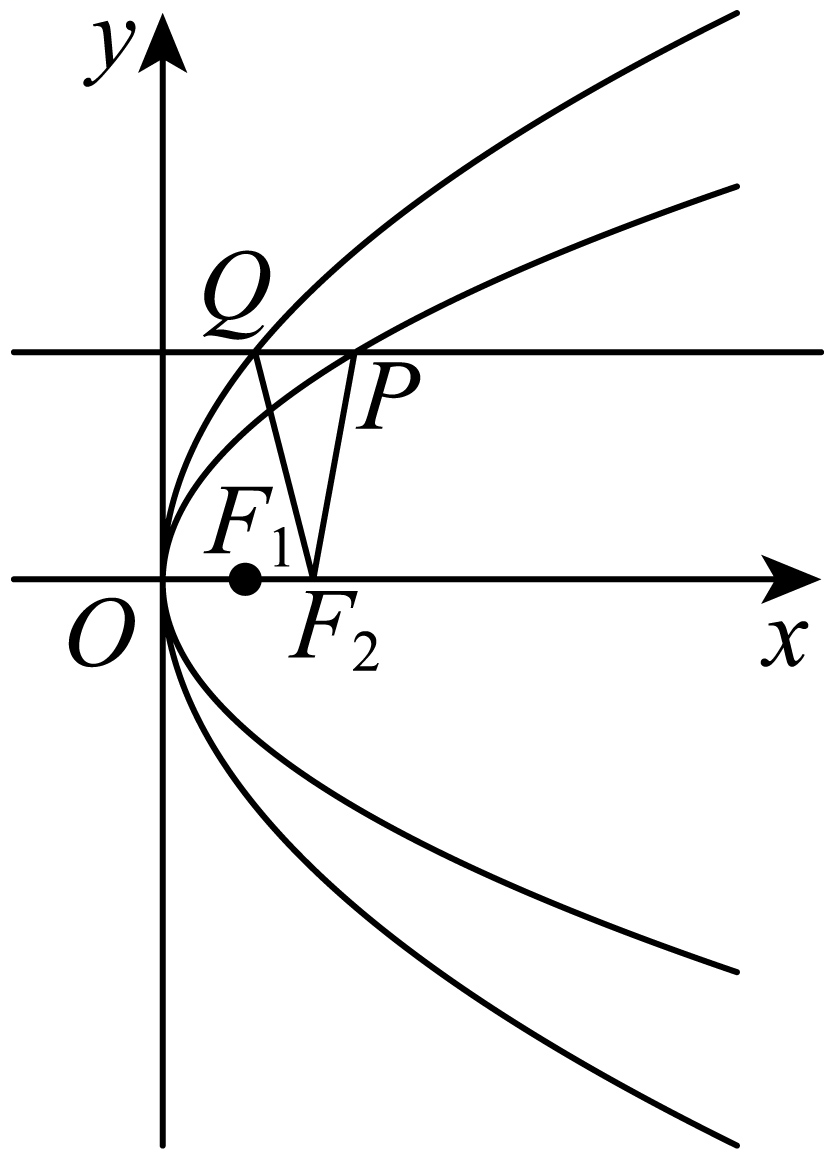
所以的展开式中含的项为，

故展开式中的系数为.

13．已知抛物线的焦点分别为，点分别在(上，且线段平行于*x*轴.若是等腰三角形，则 .

【答案】

【解析】设，，.



不妨设，然后分三种情况讨论：

若，则有，解得，此时；

若，则，解得，这不可能；

若，则，这同样不可能.

综上，.

14．已知为实数，若不等式对任意恒成立，则的最大值是 .

【答案】6

【解析】因为，所以，

则不等式等价于，

等价于，令，则，

从而，令，由对勾函数的性质知，

因为，即，所以，

令，则，解得，

所以，

当且仅当即时取等号，

故的最大值是6.

四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步棸。

15．（13分）不透明的袋子中装有3个黑球，2个红球，1个白球，从中任意取出2个球，再放入1个红球和1个白球．

（1）求取球放球结束后袋子里白球的个数为2的概率；

（2）设取球放球结束后袋子里红球的个数为随机变量，求的分布列以及数学期望．

【答案】（1）；（2）分布列见解析，

【解析】（1）设事件*A*为“取球放球结束后袋子里白球的个数为2”，

设事件为“取出2个黑球”，则，

事件为“取出2个红球”，则，

事件为“取出1个红球1个黑球”，则，

因为事件*B*，*C*，*D*互斥，且，则，

所以取球放球结束后袋子里白球的个数为2的概率为.

（2）由题意可知：随机变量的可能取值为1，2，3，则有：

，，，

所以*X*的分布列为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 1 | 2 | 3 |
| *P* |  |  |  |

所以.

16．（15分）已知函数.

（1）当时，求曲线在点处的切线方程；

（2）当时，若函数有最小值2，求的值.

【答案】（1）；（2）

【解析】（1）当时，的定义域为，

则，则，

由于函数在点处切线方程为，即.

（2）的定义域为，

，

当时，令，解得：；令，解得：，

所以在上单调递减，在上单调递增，

所以，，即

则令，设，

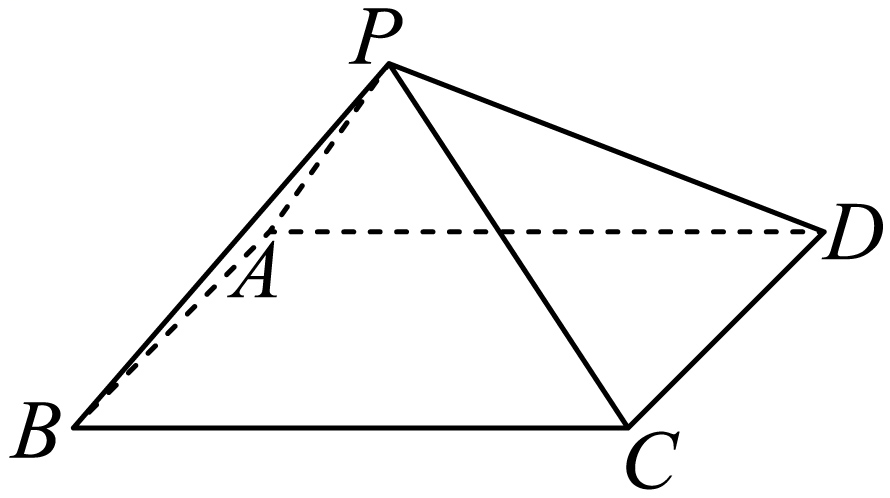
令，解得：；令，解得：，

所以在上单调递增，在上单调递减，

所以，

所以，解得：.

17．（15分）如图，在四棱锥中，底面是边长为的正方形．



（1）若直线是平面和平面的交线，证明：；

（2）若四棱锥的体积为，二面角和二面角都是，求直线与平面所成角的正弦值．

【答案】（1）证明见解析；（2）

【解析】（1）∵正方形，，

平面，平面，平面，

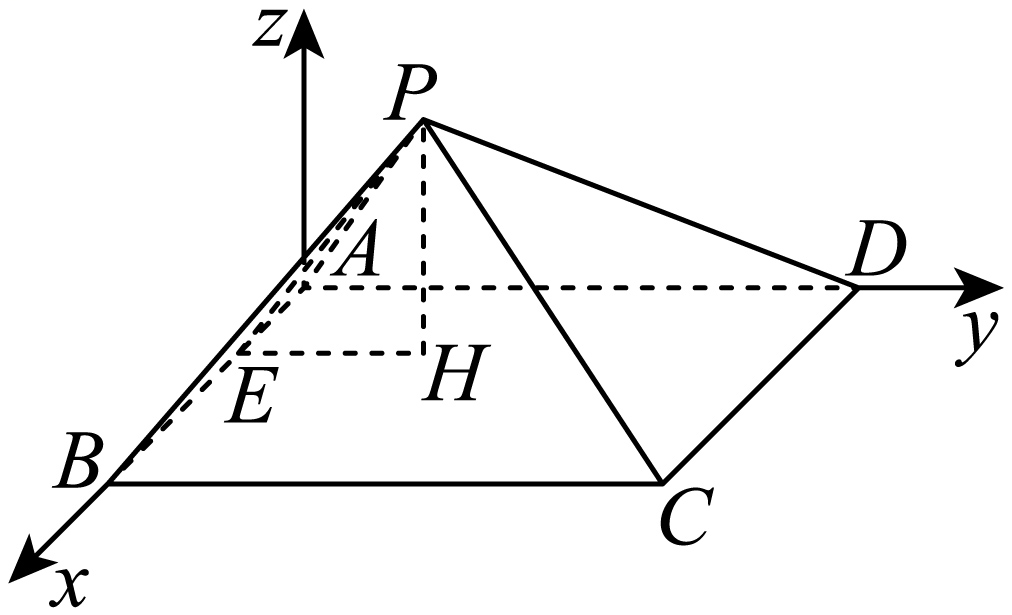
又平面，直线是平面和平面的交线，；

（2）如图，过点作平面的垂线，垂足为，过点作，垂足为，连接，

因为二面角和二面角都是，

可知点在正方形内，

四棱锥的体积为，即，可得，



因为平面，平面，所以，

因为，，平面，

所以平面，所以为二面角的平面角，

可得，可得，同理可得点到的距离为，

以为坐标原点，向量，与平面垂直的方向分别为轴

建立如图所示的空间直角坐标系，

则，

可得．

设平面的法向量为

有取，可得

所以，，

所以，

所以直线与平面所成角的正弦值为．

18．（17分）已知椭圆的左、右焦点分别为，上、下顶点分别为，且，的面积为．

（1）求的方程；

（2）已知为直线上任一点，设直线与的另一个公共点分别为．问：直线是否过一定点？若过定点，求出该定点的坐标；若不过定点，试说明理由．

【答案】（1）；（2）过定点

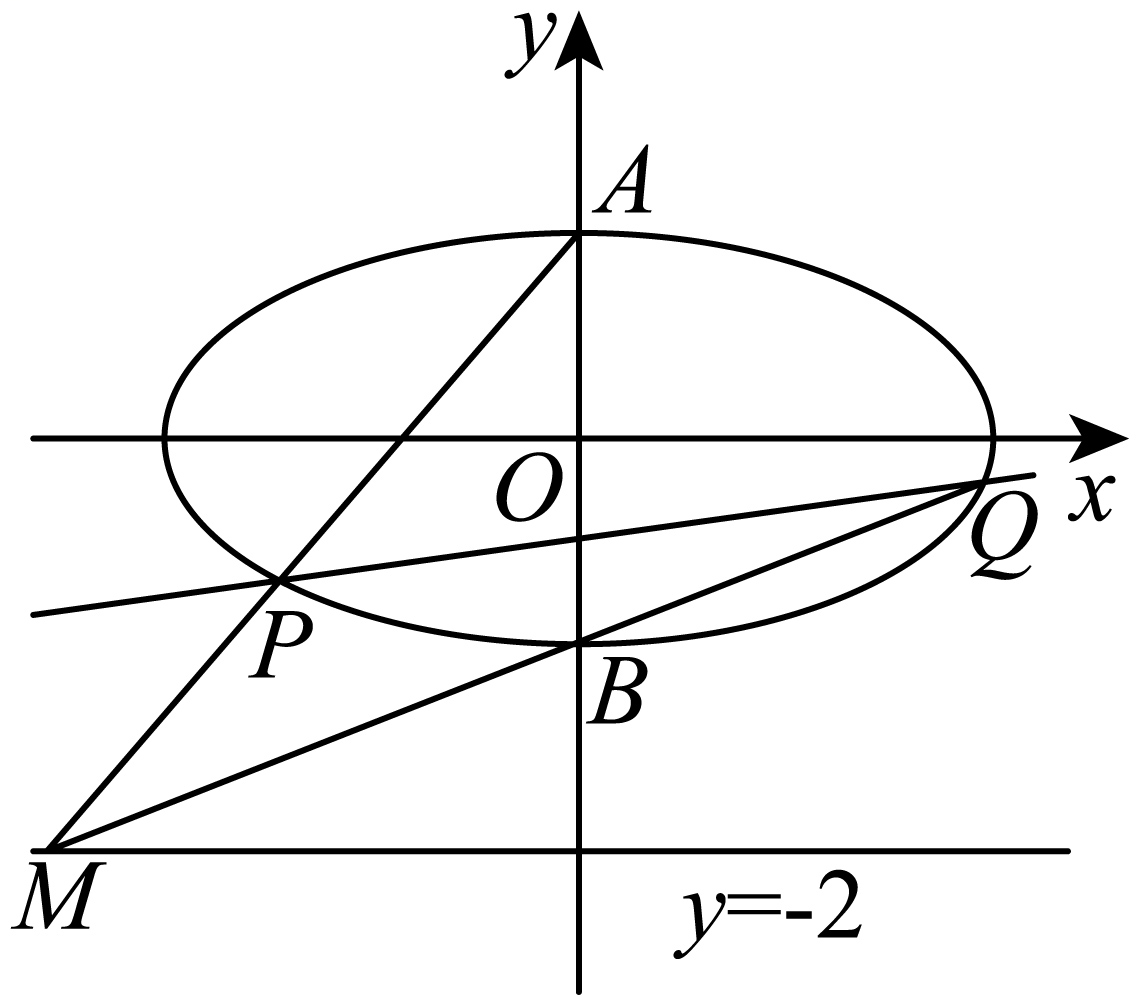
【解析】（1）因，则由可得，即，①

又的面积为，②     ，③

由①②③联立，可解得，

故的方程为.

（2）如图，



依题意，直线的斜率一定存在，不妨设，，则，

将其与椭圆方程联立，消去，整理得：，

则点的横坐标为，

代入直线方程，求得；

同理，直线的斜率一定存在，则，

将其与椭圆方程联立，消去，整理得：，

则点的横坐标为，代入直线方程，求得；

则直线的方程为：，

整理得：，

化简为，

展开得：，

移项合并得，故直线一定经过点.

19．（17分）已知数列为有穷正整数数列.若数列*A*满足如下两个性质，则称数列*A*为*m*的*k*减数列：

①；

②对于，使得的正整数对有*k*个.

（1）写出所有4的1减数列；

（2）若存在*m*的6减数列，证明：；

（3）若存在2024的*k*减数列，求*k*的最大值.

【答案】（1）数列和数列3，1；（2）证明见解析；（3）的最大值为512072

【解析】（1）由题意得，则或，

故所有4的1减数列有数列和数列3，1.

（2）因为对于，使得的正整数对有个，

且存在的6减数列，所以，得.

①当时，因为存在的6减数列，

所以数列中各项均不相同，所以.

②当时，因为存在的6减数列，

所以数列各项中必有不同的项，所以.

若，满足要求的数列中有四项为1，一项为2，

所以，不符合题意，所以.

③当时，因为存在的6减数列，

所以数列各项中必有不同的项，所以.

综上所述，若存在的6减数列，则.

（3）若数列中的每一项都相等，则，

若，所以数列存在大于1的项，

若末项，将拆分成个1后变大，

所以此时不是最大值，所以.

当时，若，交换的顺序后变为，

所以此时不是最大值，所以.

若，所以，

所以将改为，并在数列末尾添加一项1，所以变大，

所以此时不是最大值，所以.

若数列*A*中存在相邻的两项，设此时中有项为2，

将改为2，并在数列末尾添加项1后，的值至少变为，

所以此时不是最大值，

所以数列的各项只能为2或1，所以数列为的形式.

设其中有项为2，有项为1，

因为存在2024的减数列，所以，

所以，

所以，当且仅当时，取最大值为512072.

所以，若存在2024的减数列，的最大值为512072.