**绝密★启用前**

2024年高考押题预测卷01【新九省卷】

数 学

（考试时间：120分钟 试卷满分：150分）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

**第一部分（选择题 共58分）**

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知复数，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】由得，故，故选A

2．为了了解学生们的身体状况，某学校决定采用分层抽样的方法，从高一､高二､高三三个年级共抽取100人进行各项指标测试.已知高三年级有500人，高二年级有700人，高一年级有800人，则高三年级抽取的人数为（    ）

A．30 B．25 C．20 D．15

【答案】B

【解析】根据分层抽样的性质可知：

高三年级抽取的人数为，故选B

3．已知，，若，则（    ）

A．1 B． C． D．

【答案】A

【解析】因为，，，

所以，解得，故选A.

4．若，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】D

【解析】因为，所以，所以，

所以.故选：D

5．双曲线的左、右焦点分别为，且的一条渐近线与直线平行，则双曲线的标准方程为（    ）

A． B． C． D．

【答案】A

【解析】由题意知，解得，故双曲线的标准方程为．故选A．

6．我国元代瓷器元青花团菊花纹小盏如图所示，撇口，深弧壁，圈足微微外撇，底心有一小乳突.器身施白釉，以青花为装饰，釉质润泽，底足露胎，胎质致密.碗内口沿饰有一周回纹，内底心书有一文字，碗外壁绘有一周缠枝团菊纹，下笔流畅，纹饰洒脱.该元青花团菊花纹小盏口径8.4厘米，底径2.8厘米，高4厘米，它的形状可近似看作圆台，则其侧面积约为（单位：平方厘米）（    ）（附：）



A． B． C． D．

【答案】B

【解析】设该圆台的上底面､下底面的半径分别为，

由题意可知：，则圆台的母线长，

所以其侧面积为.

故选：B.

7．已知为坐标原点，直线与圆相交于，两点，则（    ）

A．4 B．6 C．8 D．10

【答案】C

【解析】圆即，圆心为，半径，

又直线，令，则，即直线恒过点，即直线恒过圆心，

又直线与圆相交于，两点，

所以，

所以

.

故选：C

8．在同一平面上有相距14公里的两座炮台，在的正东方.某次演习时，向西偏北方向发射炮弹，则向东偏北方向发射炮弹，其中为锐角，观测回报两炮弹皆命中18公里外的同一目标，接着改向向西偏北方向发射炮弹，弹着点为18公里外的点，则炮台与弹着点的距离为（    ）

A．7公里 B．8公里 C．9公里 D．10公里

【答案】D

【解析】依题意设炮弹第一次命中点为，则，，

，，

在中，

即，解得，

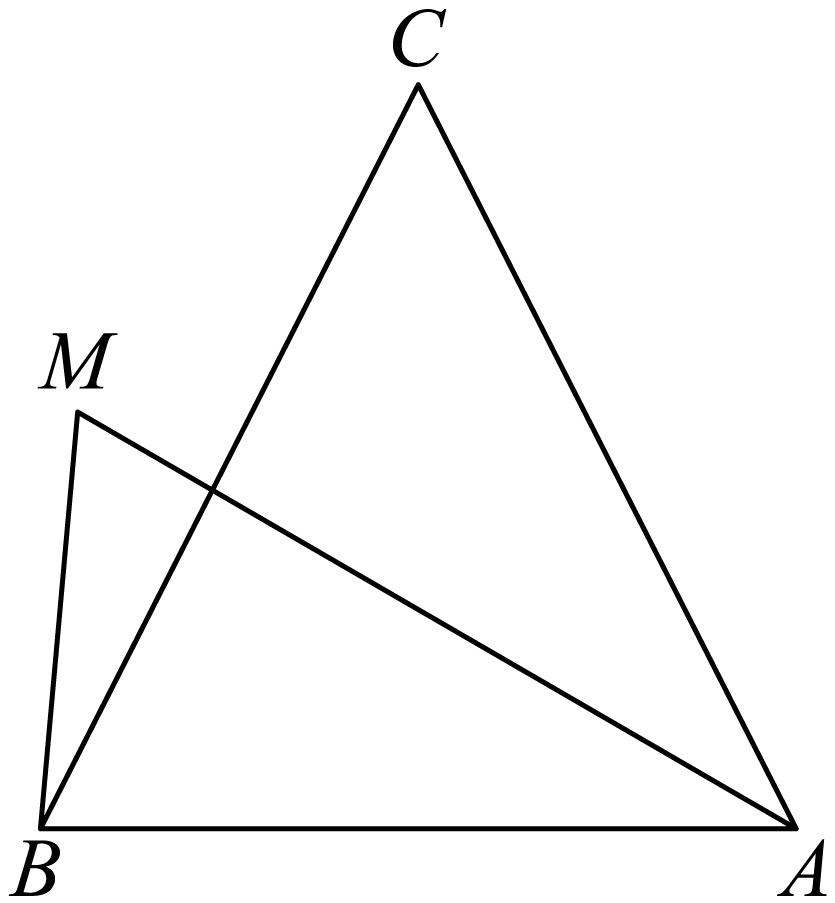
所以，又为锐角，解得（负值舍去），

在中

，

所以，即炮台与弹着点的距离为公里.

故选：D



二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9．袋子中有6个相同的球，分别标有数字1，2，3，4，5，6，从中随机取出两个球，设事件“取出的球的数字之积为奇数”，事件“取出的球的数字之积为偶数”，事件“取出的球的数字之和为偶数”，则（    ）

A．事件与是互斥事件 B．事件与是对立事件

C．事件与是互斥事件 D．事件与相互独立

【答案】AB

【解析】对于AB：取出的球的数字之积为奇数和取出的球的数字之积为偶数不可能同时发生，且必有一个发生，故事件与是互斥事件，也是对立事件，AB正确；

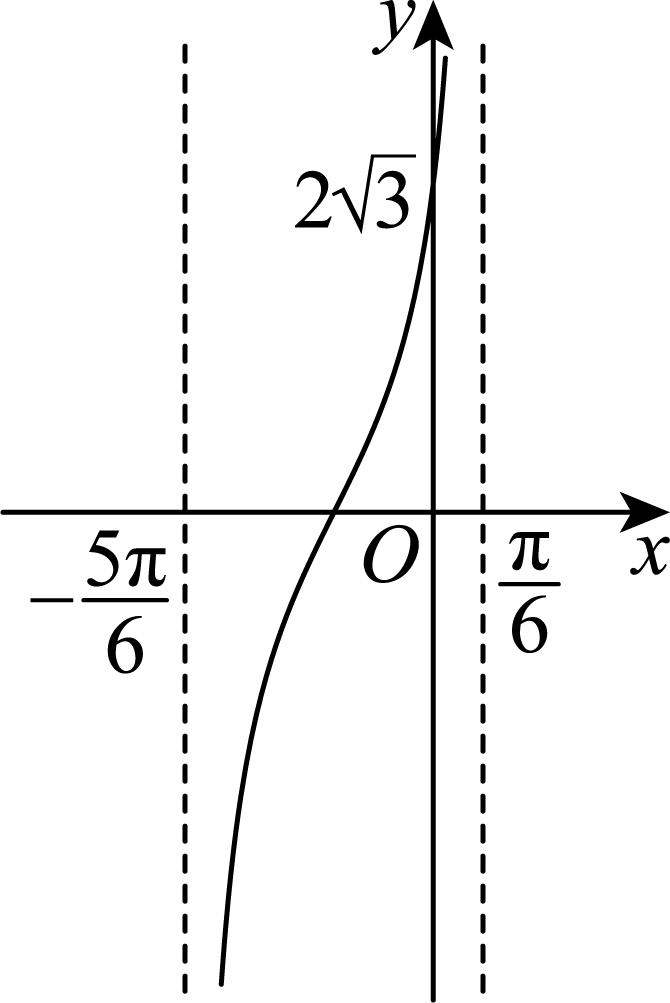
对于C：如果取出的数为，则事件与事件均发生，不互斥，C错误；

对于D：，

则，即事件与不相互独立，D错误；

故选：AB.

10．已知函数的部分图象如图所示，则（    ）



A．

B．的图象过点

C．函数的图象关于直线对称

D．若函数在区间上不单调，则实数的取值范围是

【答案】BCD

【解析】A：设该函数的最小正周期为，则有，

即，由函数的图象可知：，即，

由图象可知：，

所以，因此本选项不正确；

B：，

所以本选项正确；

C：因为，

，

所以，

所以函数的图象关于直线对称，因此本选项正确；

D：

当时，，

当，



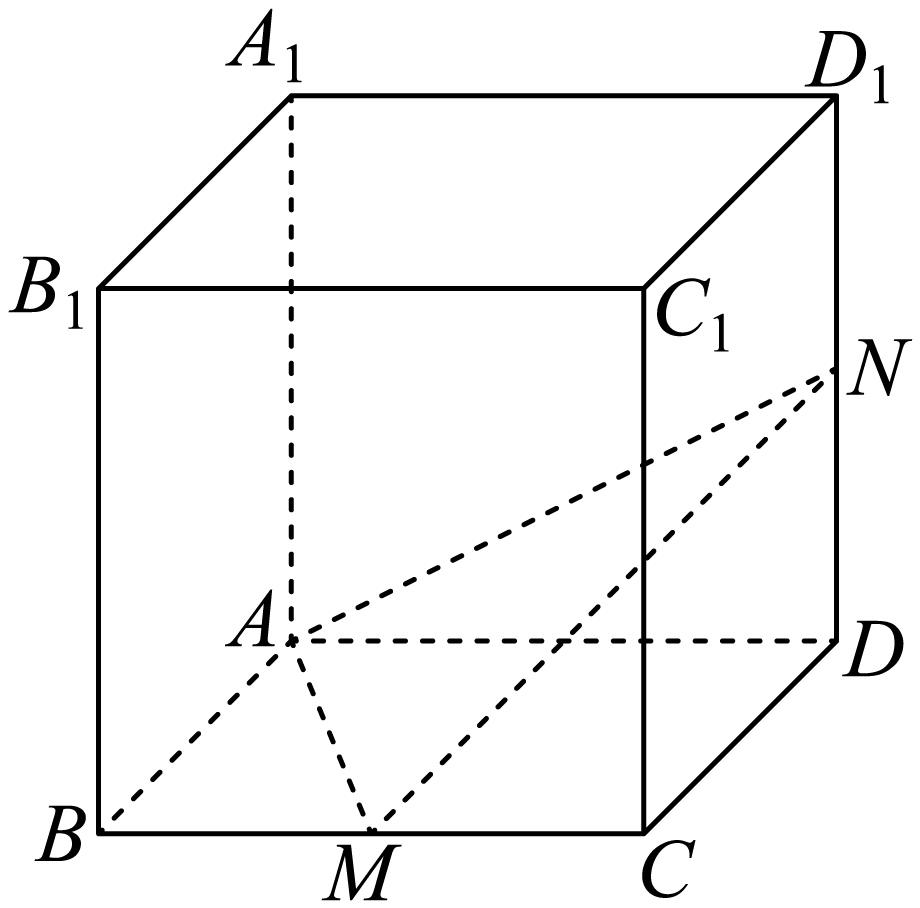
，

当函数在区间上不单调时，

则有，

故选：BCD

11．如图，在棱长为2的正方体中，是棱*BC*的中点，是棱上的动点（含端点），则下列说法中正确的是（    ）



A．三棱锥的体积为定值

B．若是棱的中点，则过*A*，*M*，*N*的平面截正方体所得的截面图形的周长为

C．若是棱的中点，则四面体的外接球的表面积为

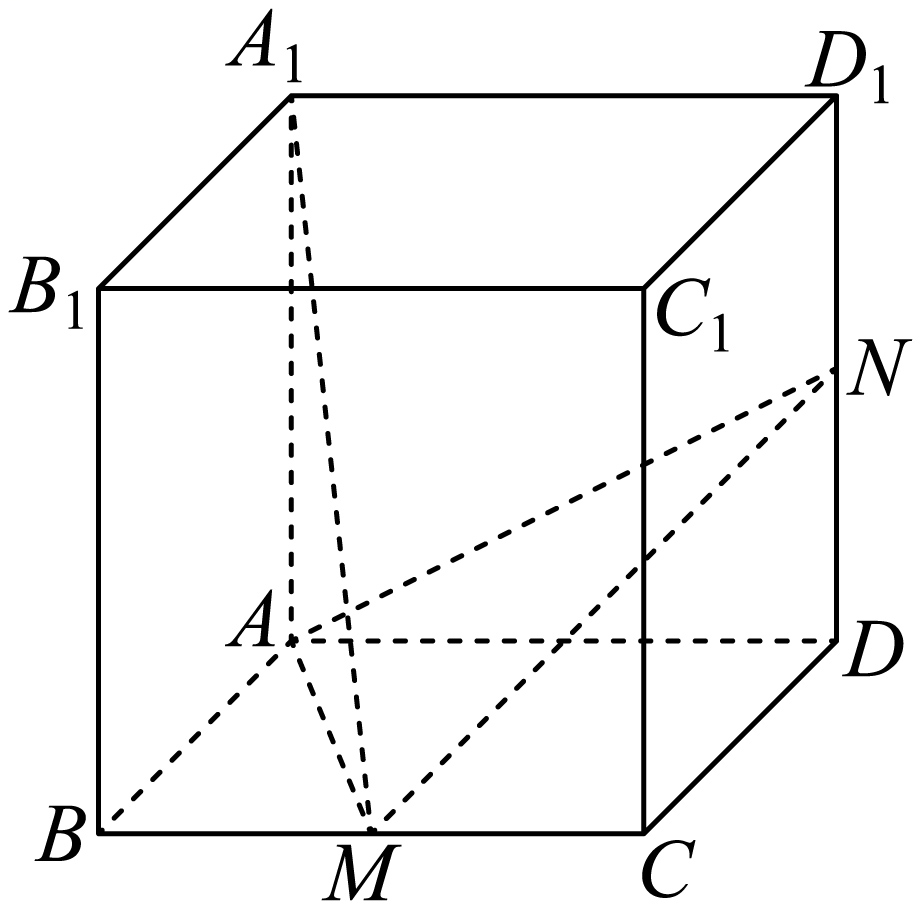
D．若*CN*与平面所成的角为，则

【答案】AD

【解析】对于A,连接,因为,

平面,平面,

所以平面,



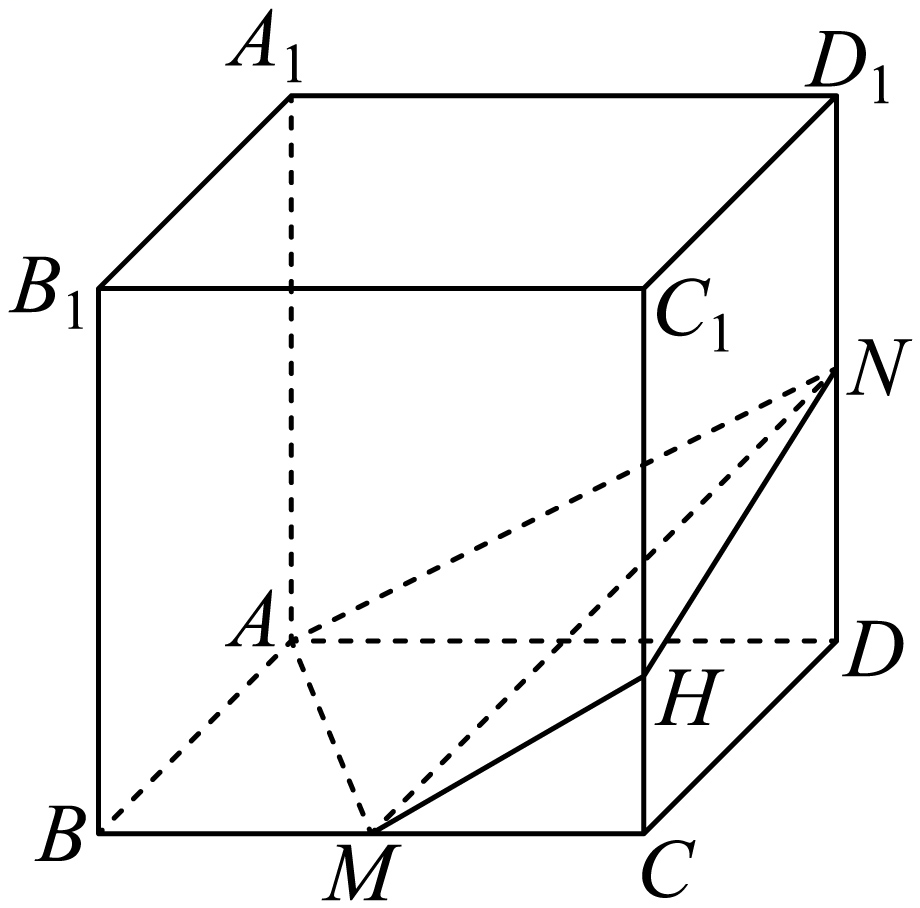
又点是棱上的动点（含端点），

所以点到平面的距离为定值，设为，

则，为定值，故A正确；

对于B,如图，

四边形为过*A*，*M*，*N*的平面截正方体所得的截面图形，



因为平面平面,且平面平面,

且平面平面,

根据面面平行的判断定理知，，

又因为为中点，所以为四等分点，

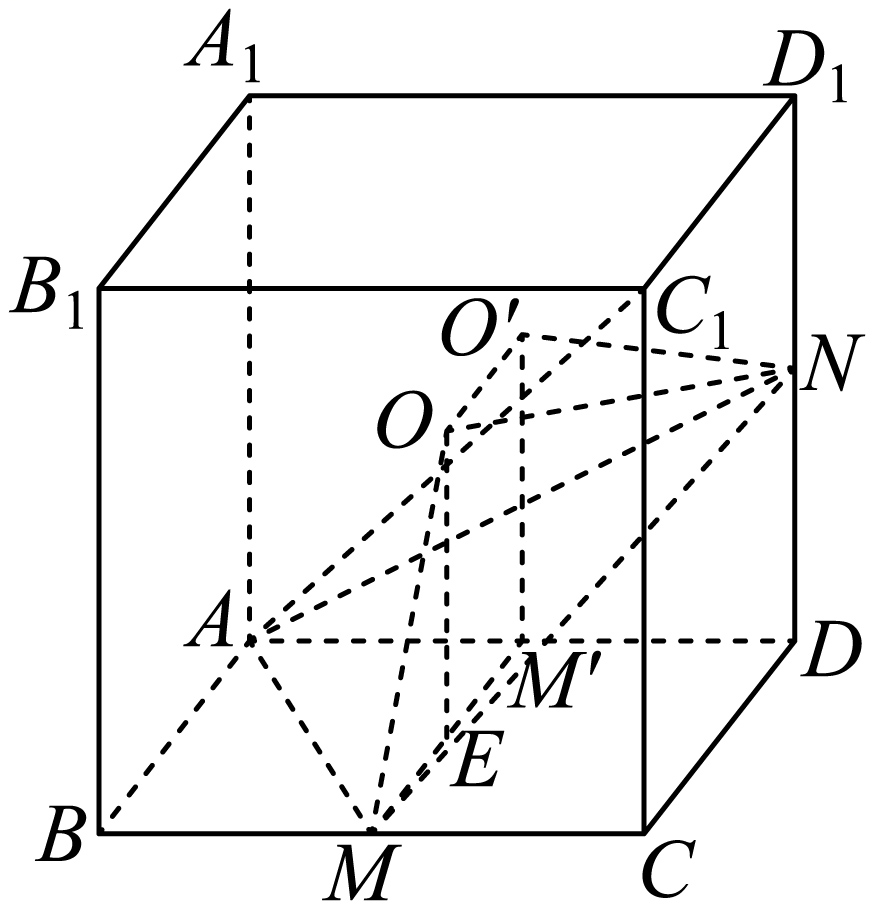
则四边形的周长为：

,故B错误；

对于C,如图所示，连接,取的中点为,

连接，设外接圆圆心为,外接球球心为,

连接,则,



在中，设其外接圆半径为，

由正弦定理知，，

所以，即，

依题易得,故,

弦所对的圆周角相等，故四点共圆，则,

设外接球半径为,过作,交于,

则在中，,

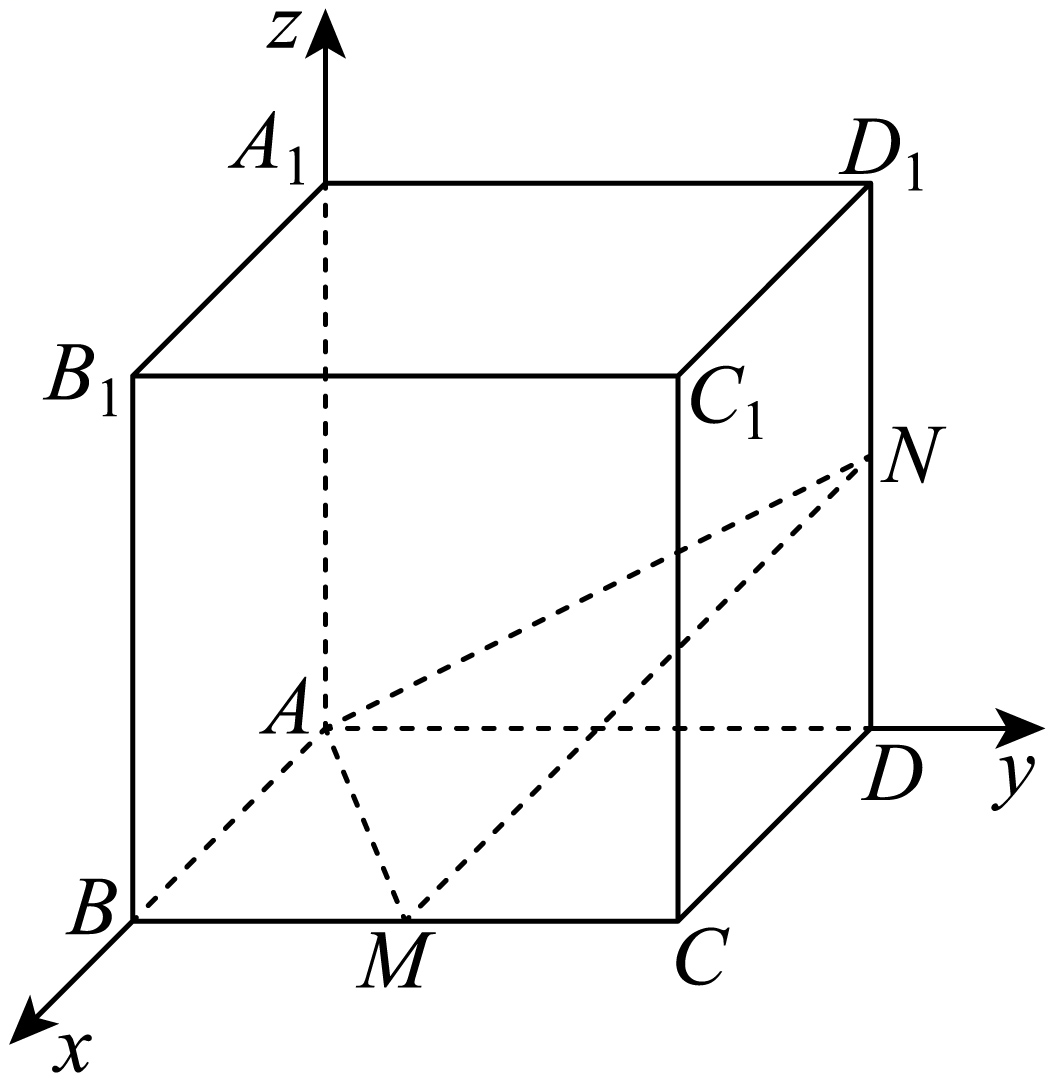
即,①

在中，,即,②

联立①②，解得,

故外接球的表面积为,故C错误；

对于D，以为坐标原点，建立如下图所示空间直角坐标系，



则,

则,

设平面的法向量，

则，

令，则，故，

则,

,

当时，，

当时，

，

当且仅当时等号成立，

又，

综上可知，，故D正确，

故选：AD.

**第二部分（非选择题 共92分）**

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12．已知集合，若，则的取值范围是 .

【答案】

【解析】由，得,解得，

所以.

因为，

所以或，解得或，

所以的取值范围是.

13．已知椭圆的一个焦点的坐标为，一条切线的方程为，则的离心率 .

【答案】

【解析】联立直线与椭圆方程，可得，

由为椭圆切线，则有，

化简得，又，故，

又椭圆的一个焦点的坐标为，故有，

则，故，则.

14．关于的不等式恒成立，则的最小值为 ．

【答案】

【解析】令，则，

当时，，当时，，

所以函数在上单调递减，在上单调递增，

所以，所以，

由，得，

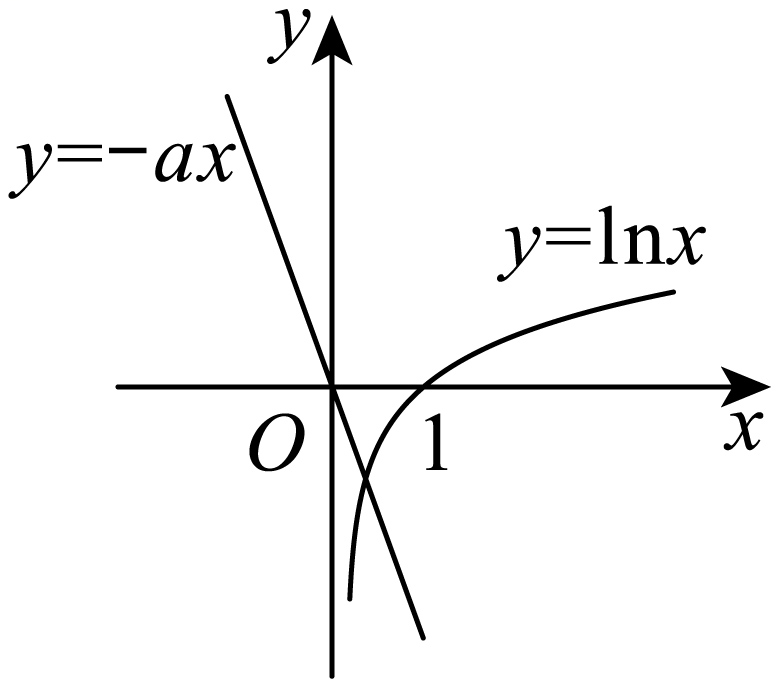
而，

令，

则，所以，

若，

如图作出函数的图象，



由函数图象可知，方程有唯一实数根，

即，

由，得，

即，

当时，，即，

又，，所以，

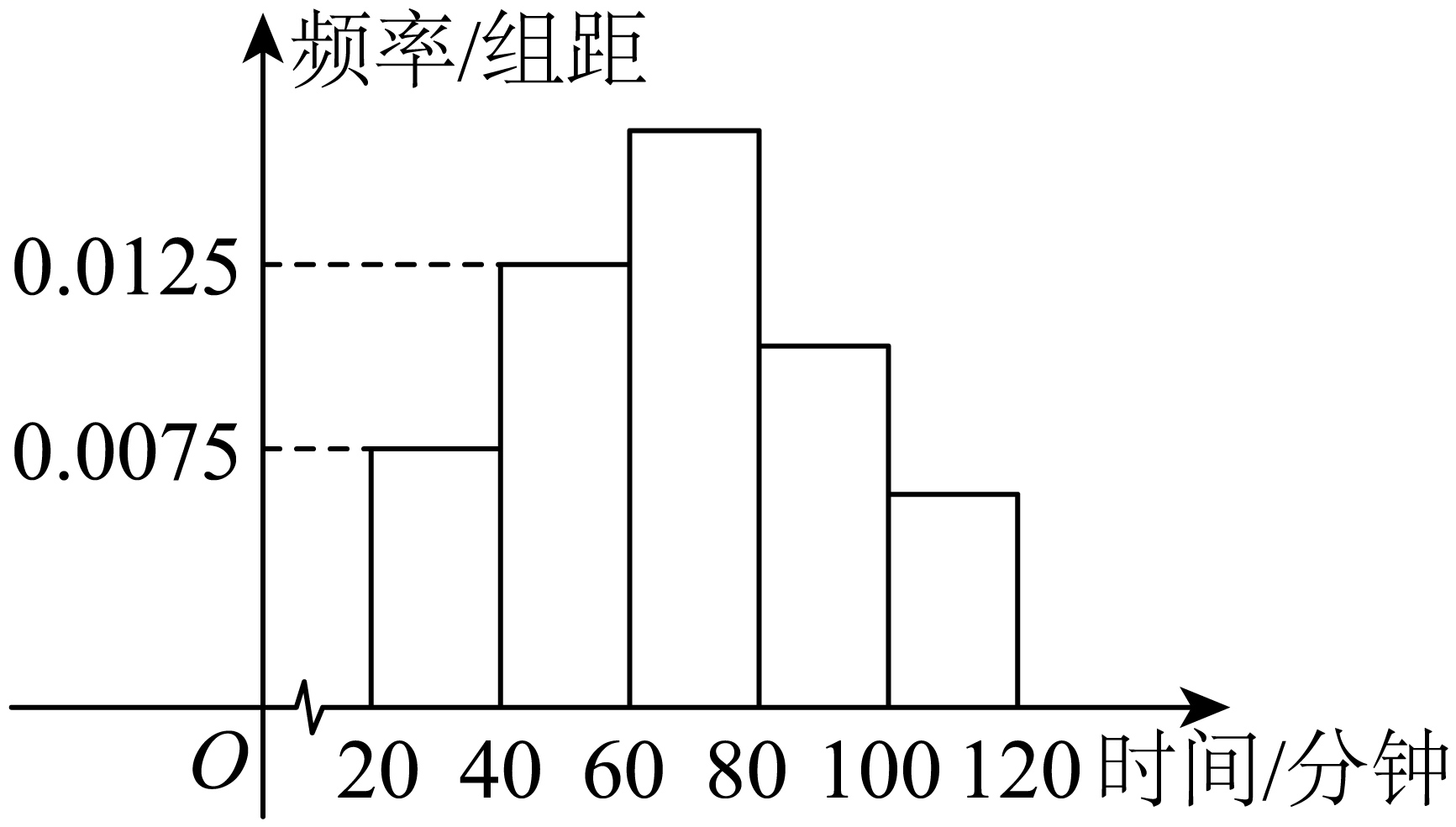
所以不成立，

即当时，不恒成立，

综上所述，的最小值为.

四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步棸。

15．（本小题满分13分）为促进全民阅读，建设书香校园，某校在寒假面向全体学生发出“读书好、读好书、好读书”的号召，并开展阅读活动．开学后，学校统计了高一年级共1000名学生的假期日均阅读时间（单位：分钟），得到了如下所示的频率分布直方图，若前两个小矩形的高度分别为0.0075，0.0125，后三个小矩形的高度比为3：2：1．



(1)根据频率分布直方图，估计高一年级1000名学生假期日均阅读时间的平均值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）；

(2)开学后，学校从高一日均阅读时间不低于60分钟的学生中，按照分层抽样的方式，抽取6名学生作为代表分两周进行国旗下演讲，假设第一周演讲的3名学生日均阅读时间处于[80，100）的人数记为，求随机变量的分布列与数学期望．

【解】（1）由题知：各组频率分别为：0.15，0.25，0.3，0.2，0.1，

日均阅读时间的平均数为：

（分钟）

（2）由题意，在[60，80），[80，100），[100，120]三组分别抽取3，2，1人

的可能取值为：0，1，2

则    

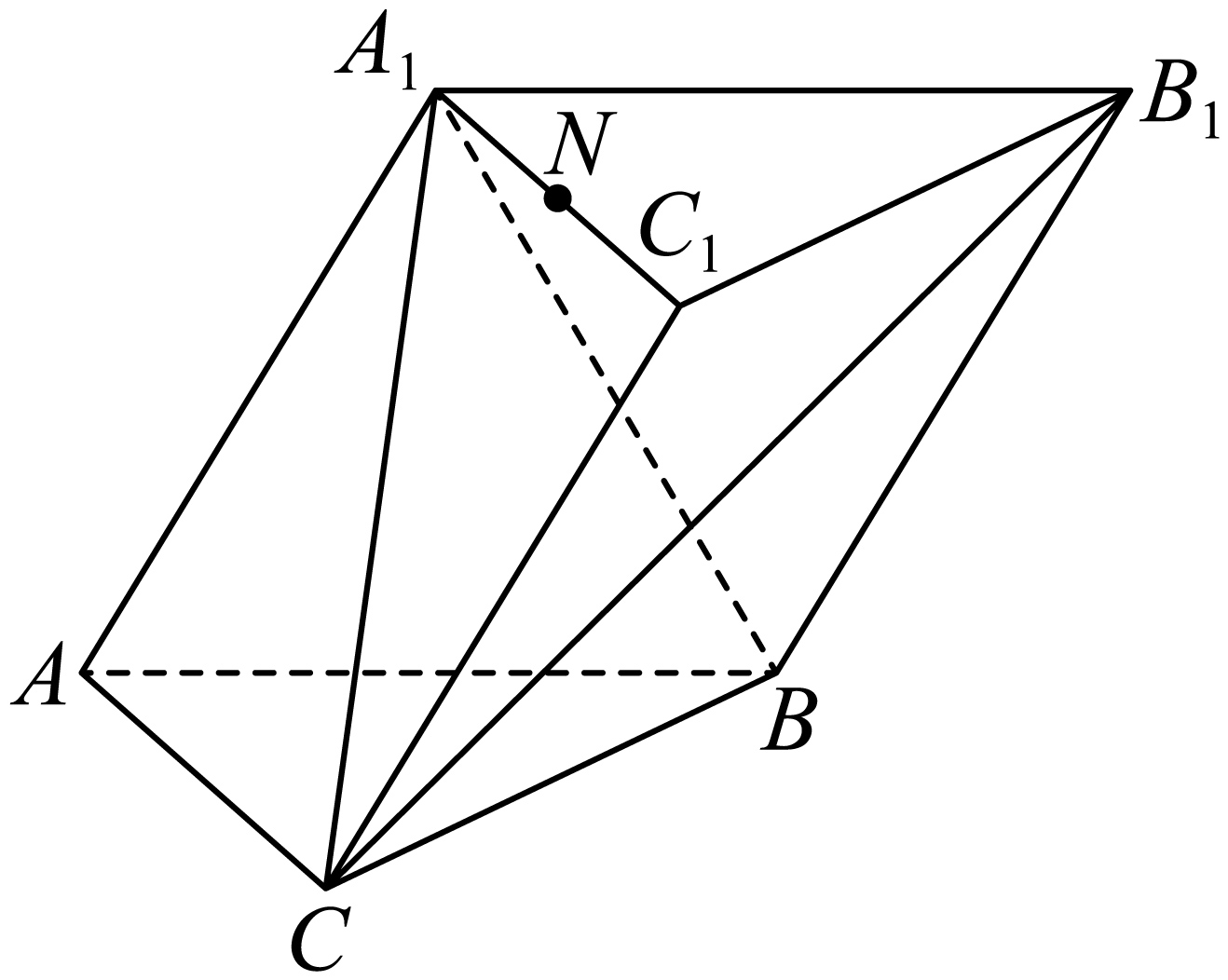


所以的分布列为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
|  |  |  |  |



16．（本小题满分15分）如图，在三棱柱中，与的距离为，，．



(1)证明：平面平面*ABC*；

(2)若点*N*在棱上，求直线*AN*与平面所成角的正弦值的最大值．

【解】（1）取棱中点D，连接，因为，所以

因为三棱柱，所以，

所以，所以

因为，所以，；

因为，，所以，所以，

同理，

因为，且，平面，所以平面，

因为平面，

所以平面平面；

（2）取中点*O*，连接，取中点*P*，连接，则，

由（1）知平面，所以平面

因为平面，平面，

所以，，

因为，则

以*O*为坐标原点，，，所在的直线为*x*轴、*y*轴、*z*轴，建立如图所示的空间直角坐标系，

则，，，，

可设点，，

，，，

设面的法向量为，得，

取，则，，所以

设直线与平面所成角为，

则

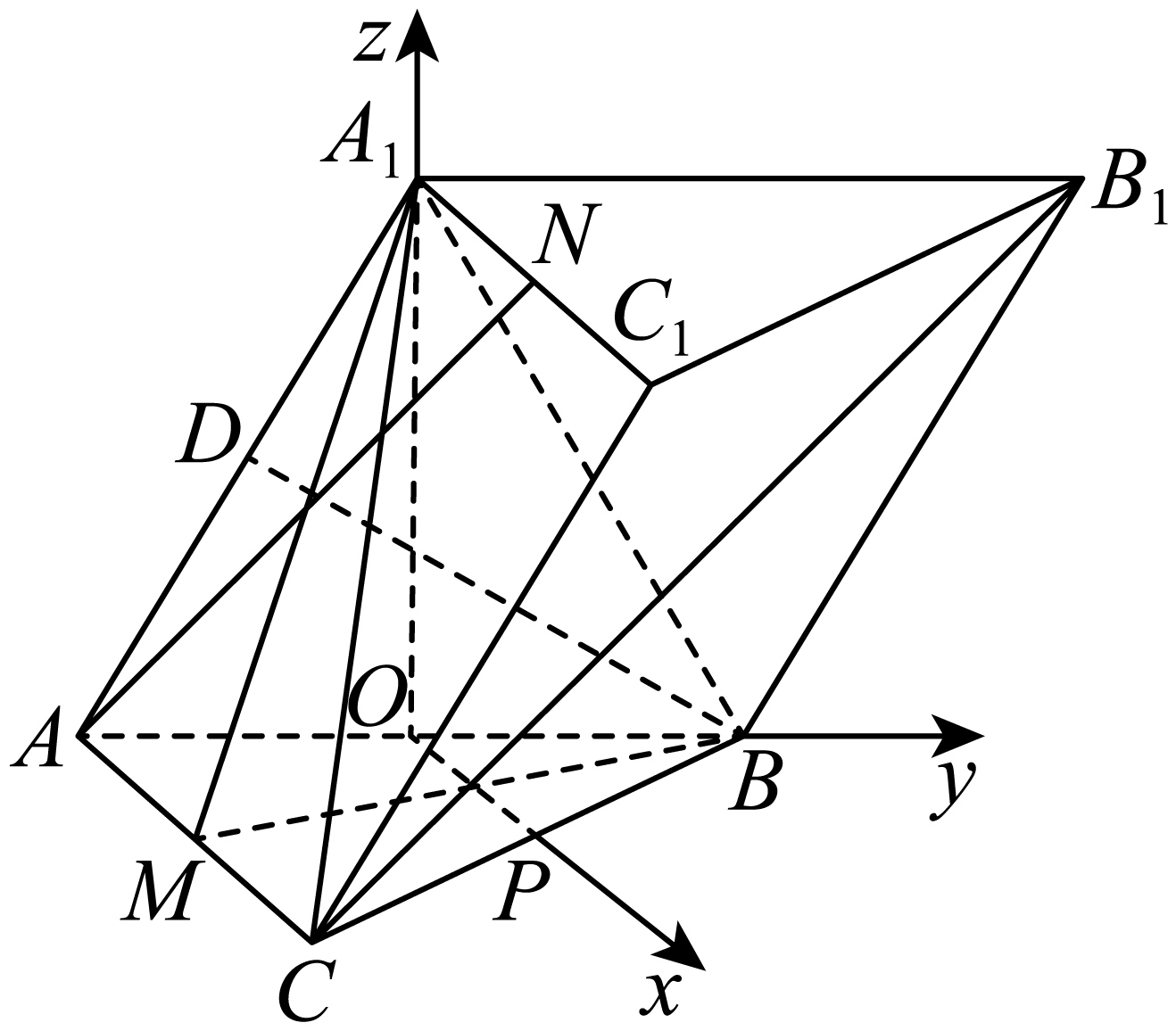


若，则，

若，则，

当且仅当，即时，等号成立，

所以直线与平面所成角的正弦值的最大值.



17．（本小题满分15分）已知函数.

(1)当时，求的单调区间；

(2)讨论极值点的个数.

【解】（1）当时，定义域为，

又，

所以，

由，解得，此时单调递增；

由，解得，此时单调递减，

所以的单调递增区间为，单调递减区间为.

（2）函数的定义域为，

由题意知，，

当时，，所以在上单调递增，

即极值点的个数为个；

当时，易知，

故解关于的方程得，，，

所以，

又，，

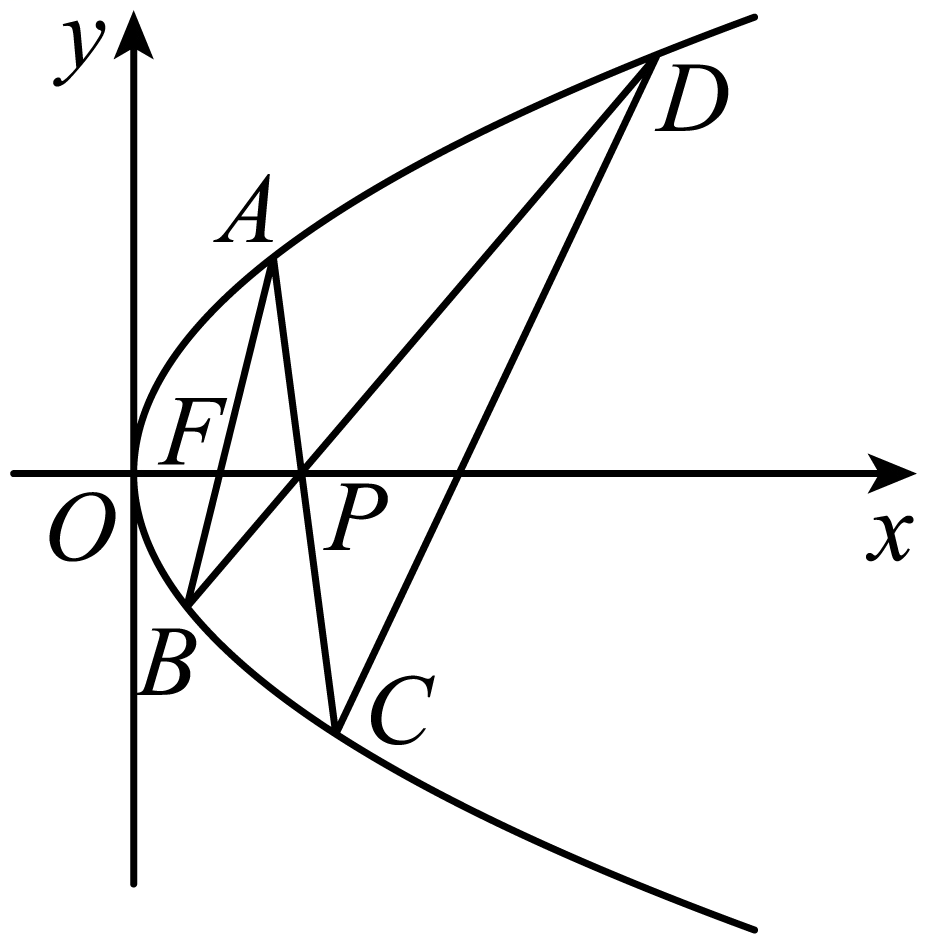
所以当时，，即在上单调递增，

当时，，即在上单调递减，

即极值点的个数为个.

综上，当时，极值点的个数为个；当时，极值点的个数为个.

18．（本小题满分17分）设抛物线，过焦点的直线与抛物线交于点，.当直线垂直于轴时，.



(1)求抛物线的标准方程.

(2)已知点，直线，分别与抛物线交于点，.

①求证：直线过定点；

②求与面积之和的最小值.

【解】（1）由题意，当直线垂直于轴时，，代入抛物线方程得，则，所以，即，所以抛物线.

（2）（i）设，，直线，

与抛物线联立，得，因此，.

设直线，与抛物线联立，得，

因此，，则.同理可得.

所以.

因此直线，由对称性知，定点在轴上，

令得，



，

所以直线过定点.

（ii）因为，

，

所以，

当且仅当时取到最小值.

19．（本小题满分17分）给定整数，由元实数集合定义其相伴数集，如果，则称集合*S*为一个元规范数集，并定义*S*的范数为其中所有元素绝对值之和.

(1)判断、哪个是规范数集，并说明理由；

(2)任取一个元规范数集*S*，记、分别为其中最小数与最大数，求证：；

(3)当遍历所有2023元规范数集时，求范数的最小值.

注：、分别表示数集中的最小数与最大数.

【解】（1）对于集合*A*：因为，所以集合*A*不是规范数集；

对于集合*B*：因为，

又，，，，，，

所以*B*相伴数集，即，故集合*B*是规范数集.

（2）不妨设集合*S*中的元素为，即，

因为*S*为规范数集，则，则，且，使得，

当时，

则，

当且仅当且时，等号成立；

当时，

则，

当且仅当且时，等号成立；

当时，

则，

当且仅当时，等号成立；

综上所述：.

（3）法一：

不妨设，

因为*S*为规范数集，则，则，且，使得，

当时，

则当时，可得，

当且仅当时，等号成立，

则范数，

当且仅当时，等号成立，

又，

当且仅当时，等号成立，

故，即范数的最小值；

当时，

则当时，可得，

当且仅当时，等号成立，则，

则范数，

当且仅当时，等号成立，

又 

，

当且仅当时，等号成立，

故，即范数的最小值；

当，使得，且，

当，即，即时，

则当时，可得，

当且仅当时，等号成立，

则当时，可得，

当且仅当时，等号成立，

则范数









；

对于，其开口向上，对称轴为，

所以，

所以范数的最小值为；

当，即，即时，

则当时，可得，

当且仅当时，等号成立，

则当时，可得，

当且仅当时，等号成立，

则范数









；

对于，其开口向上，对称轴为，

所以，

所以范数；

综上所述：范数的最小值.

法二：不妨设，

因为*S*为规范数集，则，则，且，使得，

所以对于，同样有，则，

由（2）的证明过程与结论可得，，当且仅当时，等号成立，

即，，……，

所以范数

，

当且仅当时，等号成立，

所以范数的最小值.